

**PROBLEME DE MATEMATICĂ
PENTRU PERFORMANȚĂ
clasele III-IV**

**METODE DE REZOLVARE
TESTE ȘI SUBIECTE DE CONCURS**



CUPRINS

PROBLEME. METODE DE REZOLVARE

1. Metoda grafică	7
Probleme propuse.....	13
2. Metoda algebrică	20
Probleme propuse.....	23
3. Metoda retrogradă (a mersului invers)	25
Probleme propuse.....	27
4. Probleme de numerație	29
Probleme propuse.....	34
5. Metoda comparației	38
Probleme propuse.....	39
6. Metoda falsei ipoteze	41
Probleme propuse.....	41

REZOLVĂRI

1. Metoda grafică	45
2. Metoda algebrică	63
3. Metoda retrogradă	69
4. Probleme de numerație	73
5. Metoda comparației	83
6. Metoda falsei ipoteze	86

SUBIECTE DE CONCURS

TESTE	91
REZOLVĂRI TESTE.....	151



Probleme rezolvate

1. Suma și diferența

Atunci când se dau suma (S) și diferența (D) a două numere, dacă adunăm suma cu diferența obținem de două ori cel mai mare număr (N), iar dacă scădem diferența din sumă obținem de două ori numărul mai mic (n).

Putem scrie următoarele formule:

$$n = (S - D) : 2 \text{ și } n = (S + D) : 2$$

Problemă

Suma a două numere naturale este 30, iar diferența lor este 6.

Determinați cele două numere.

Rezolvare

Notăm n = numărul mai mic

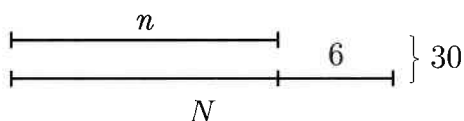
N = numărul mai mare

$$n + N = 30$$

$$N - n = 6$$

► Metoda I

Dacă scădem diferența 6 din sumă obținem de două ori numărul mai mic (n)



$$30 - 6 = 24 \text{ (de două ori } n \text{)}$$

$$24 : 2 = 12 (n)$$

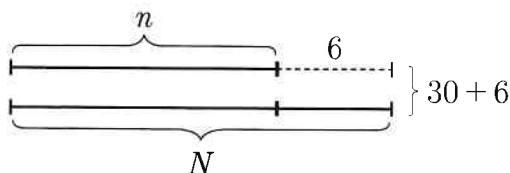
$$12 + 6 = 18 (N)$$

Deci cele două numere sunt 12 și 18.

Verificare: $12 + 18 = 30$; $18 - 12 = 6$

Metoda II

Dacă adunăm suma cu 6 obținem de două ori numărul mai mare (N)



$$30 + 6 = 36 \text{ (de două ori } N \text{)}$$

$$36 : 2 = 18 \text{ (} N \text{)}$$

$$18 - 6 = 12 \text{ (} n \text{)}$$

2. Suma și câtul

Dacă $a =$ numărul mai mic

$b =$ numărul mai mare

$c =$ raportul dintre b și a

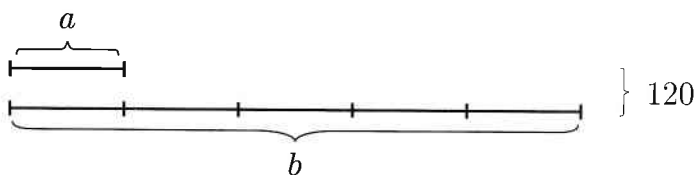
atunci: $a = S : (c + 1)$

$b = S : (c + 1) \times c$

Problemă

Suma a două numere naturale este 120. Aflați numerele știind că primul este de cinci ori mai mic decât al doilea.

Rezolvare



$$120 : 6 = 20 \text{ (} a \text{)}$$

$$20 \times 5 = 100 \text{ (} b \text{)}$$

Deci cele două numere sunt 20 și 100.

Verificare: $20 + 100 = 120$

$$100 : 20 = 5$$

3. Diferența și câtul

Dacă $a =$ numărul mai mic

$b =$ numărul mai mare



$D = \text{diferența}$

$c = \text{raportul}$

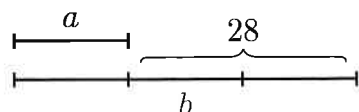
atunci: $a = D : (c - 1)$

$b = D : (c - 1) \times c$

Problemă

Diferența a două numere este 28. Primul număr este de trei ori mai mic decât al doilea. Care sunt cele două numere?

Rezolvare



$$a = 28 : 2 = 14$$

$$b = 14 \times 3 = 42$$

Deci cele două numere sunt 14 și 48.

Verificare: $42 - 14 = 28$

$$42 : 14 = 3$$

4. Suma, câtul și restul

Dacă $a = \text{numărul mai mic}$

$b = \text{numărul mai mare}$

$S = \text{suma}$

$c = \text{câtul (raportul)}$

$r = \text{restul}$

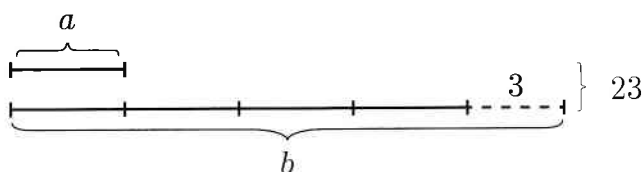
atunci: $a = (S - r) : (c + 1)$

$b = [(S - r) : (c + 1)] \times c$

Problemă

Suma a două numere este 23. Câtul împărțirii celui mai mare la cel mai mic este 4 și restul 3. Aflați cele două numere.

Rezolvare



$$a = (23 - 3) : 5 = 20 : 5 = 4$$

$$b = 4 \times 4 + 3 = 19$$

Deci cele două numere sunt 4 și 19.

Verificare: $19 + 4 = 23$

$$19 : 4 = 4 \text{ rest } 3$$

5. Diferența, câtul și restul

Dacă a = numărul mai mic

b = numărul mai mare

D = diferența

c = câtul (raportul)

r = restul

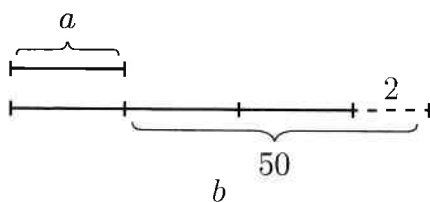
atunci: $a = (D - r) : (c - 1)$

$$b = (D - r) : (c - 1) \times c$$

Problemă

Diferența a două numere este 50. Câtul împărțirii celui mai mare la cel mai mic este 3 și restul 2. Aflați numerele.

Rezolvare



$$a = (50 - 2) : 2 = 48 : 2 = 24$$

$$b = 24 \times 3 + 2 = 72 + 2 = 74$$

Deci cele două numere sunt 24 și 74.

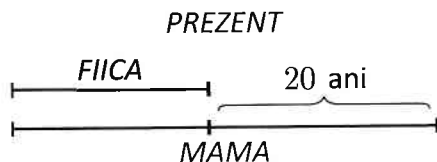
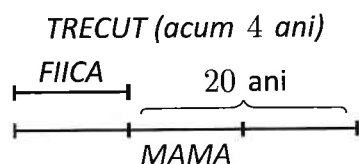
Verificare: $74 - 24 = 50$

$$74 : 24 = 3 \text{ rest } 2$$

6. Evoluția în timp a unor mărimi

Problemă

Mama este mai în vârstă decât fiica ei cu 20 de ani. Acum 4 ani vârsta mamei era de 3 ori mai mare decât a fiicei. Să se afle vârsta mamei și a fiicei.



$$20 : 2 = 10 \text{ ani (avea fiica acum 4 ani)}$$

$$10 + 4 = 14 \text{ ani (are fiica în prezent)}$$

$$14 + 20 = 34 \text{ (are mama în prezent)}$$

Deci mama are 34 de ani iar fiica 14 ani.

7. Recuperarea unei diferențe prin transfer

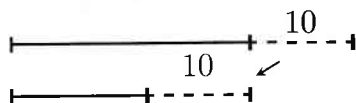
Pentru anularea diferenței dintre două mărimi se transferă jumătate din ea de la mărimea mai mare la mărimea mai mică

Problema 1

Într-un coș se află 50 de mere iar în altul sunt 30 de mere. Câte mere trebuie să mutăm dintr-un coș în altul pentru a avea cantități egale de mere?

Rezolvare

► Metoda I



$$50 - 30 = 20 \text{ mere (diferența)}$$

$$20 : 2 = 10 \text{ mere (se transferă)}$$

Deci trebuie să mutăm 10.

► Metoda II

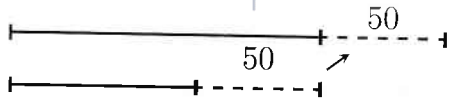
$$50 + 30 = 80 \text{ mere (în cele două coșuri)}$$

$$80 : 2 = 40 \text{ mere (după transfer în fiecare coș)}$$

$$40 - 30 = 10 \text{ mere (se transferă dintr-un coș în altul)}$$

Problema 2

Pe două rafturi se află același număr de cărți. Cu câte cărți vor fi mai multe pe primul raft decât pe al doilea raft dacă mutăm 50 de cărți de pe al doilea raft pe primul raft?



Dacă de pe al doilea raft s-ar dăruia 50 de cărți ar rămâne 50 de cărți în plus pe primul raft. Deoarece pe primul raft mai aducem 50 de cărți vom avea în plus 100 de cărți.

Observație: Atunci când între două mărimi există egalitate și se creează diferență prin transfer, diferența va fi egală cu dublul cantității transferate.

8. Probleme cu alte reprezentări decât prin segmente

Problemă

Într-o poieniță dintr-o pădure se aflau căprioare și ciocănituri. În total erau 9 capete și 24 picioare. Câte căprioare și câte ciocănituri erau?

Rezolvare

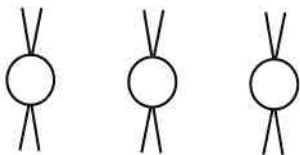
Presupunem că toate viețuitoarele erau ciocănituri, deci aveau câte 2 piciorușe.



$$9 \times 2 = 18 \text{ piciorușe}$$

$$24 - 18 = 6 \text{ piciorușe diferența (deci presupunerea este falsă)}$$

Dacă înlocuim o parte dintre ciocănituri cu căprioare vom mai adăuga câte 2 picioare din diferența obținută.



$$6 : 2 = 3 \text{ înlocuiri posibile, deci sunt 3 căprioare}$$

$$9 - 3 = 6 \text{ ciocănituri}$$

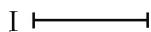


LIBRIS

Probleme propuse

We know books

1. Reprezentarea grafică alăturată sugerează că al doilea număr este de 4 decât primul număr.



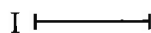
2. Reprezentarea grafică alăturată sugerează că primul număr este 3 decât al doilea număr.



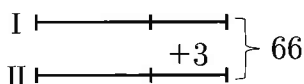
3. Reprezentarea grafică de mai jos a două numere indică faptul că al doilea număr este 4 decât primul număr.



4. Următoarele reprezentări grafice a două numere exprimă faptul că al doilea număr este 3 decât triplul.....



5. Reprezentarea grafică alăturată a două numere sugerează că al doilea număr este 3 ca primul număr, iar celor două numere este egală cu 66.



6. Reprezentarea grafică alăturată a două numere indică faptul că primul număr este 3 decât al doilea număr, iar suma lor este egală cu



7. Reprezentarea grafică alăturată a două numere exprimă faptul că primul număr este 4 decât al doilea număr, iar numerelor este egală cu



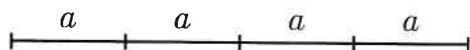
8. Următoarea reprezentare grafică cu simboluri, 3 flori (3F) și o vază (V) arată că avem un număr necunoscut de ocupate fiecare cu câte

$$\frac{3F}{V}, \frac{3F}{V}, \frac{3F}{V} \dots \frac{3F}{V}$$

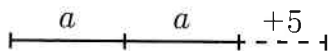
9. Următoarea reprezentare grafică cu simboluri, 3 garoafe (3G) și o vază (V) ne sugerează că avem un număr necunoscut de, ocupate fiecare cu câte, neșezate în vase sunt, iar libere sunt

$$\frac{3F}{V}, \frac{3F}{V}, \frac{3F}{V} \dots \frac{3F}{V} ; \underbrace{G, G, G, G, G}_5 \text{ garoafe}, \bar{V}, \bar{V}, \bar{V}$$

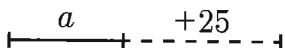
10. Dacă desenul



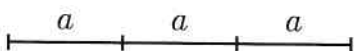
este reprezentarea grafică a numărului 428, aflați ce număr reprezintă desenul:



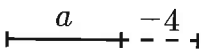
11. Dacă desenul



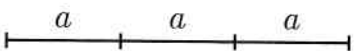
este reprezentarea grafică a numărului 55, aflați ce număr reprezintă desenul:



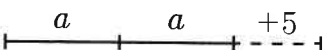
12. Dacă desenul



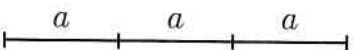
este reprezentarea grafică a numărului 100, aflați ce număr reprezintă desenul:



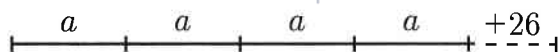
13. Dacă desenul



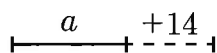
este reprezentarea grafică a numărului 129, aflați ce număr reprezintă desenul:



14. Dacă desenul



este reprezentarea grafică a numărului 434, aflați ce număr reprezintă desenul:



15. Câte plante sunt în 3 sere dacă în primele două sere se află un număr egal de plante, în a treia seră sunt cu 40 mai multe decât în primele două la un loc și în total sunt 880 de plante?
16. Doi frați au împreună 24 de timbre. Unul dintre frați are cu 4 timbre mai mult. Câte timbre are fiecare?
17. Suma a două numere naturale este 25, iar diferența lor este 15. Să se determine cele două numere.
18. Suma a trei numere naturale este 725. Suma primelor două numere este 515 iar suma ultimelor două numere este 327. Să se determine cele 3 numere.
19. Suma a trei numere este 560. Al doilea număr este cu 20 mai mare decât primul, iar al treilea cu 40 mai mare decât al doilea. Determinați cele trei numere.
20. Cei 90 de elevi ai claselor a IV-a dintr-o școală au format trei echipaje în vederea unei expediții. În echipa a doua sunt de două ori mai mulți decât în prima, iar în echipa a treia de trei ori mai mulți elevi decât în a doua. Câți elevi sunt în fiecare echipă?
21. Suma a trei numere este 975. Al doilea număr este cu 12 mai mic decât primul, și egal cu al treilea. Aflați cele trei numere.
22. Suma a trei numere este 26. Al doilea număr este cu 2 mai mare decât fiecare din celelalte două numere. Determinați numerele.
23. Media aritmetică a două numere naturale este 30. Unul din numere este cu 6 mai mic decât celălalt număr. Să se determine cele două numere.
24. Să se arate că nu există două numere naturale a căror medie aritmetică să fie 50 și unul din numere să fie cu 5 mai mic decât celălalt.
25. Când Maria avea 12 ani, sora ei avea 2 ani. Acum au împreună 46 ani. Câți ani are fiecare?
26. Tata, mama și fiica au împreună 70 de ani. Tata este cu 5 ani mai mare decât mama, iar mama este cu 25 ani mai mare decât fiica. Câți ani are fiecare?
27. Scrieți numărul 525 ca o sumă de trei termeni astfel încât fiecare termen să fie o doime din predecesorul său.
28. Scrieți numărul 962 ca o sumă de trei termeni astfel încât fiecare termen să fie triplul precedentului.

29. Diferența a două numere este 100. Dacă le împărțim, obținem câtul 3 și restul 20. Care sunt numerele?
30. Numărul elevilor dintr-o tabără este mai mare decât 100 și mai mic decât 107. Știind că numărul băieților este de 6 ori mai mare decât al fetelor, să se calculeze câți băieți și câte fete sunt în acea tabără.
31. Suma a trei numere naturale consecutive este 123. Care sunt numerele?
32. Suma a 5 numere naturale consecutive este 95. Care sunt numerele?
33. Să se afle 3 numere, astfel încât suma lor să fie 960, primul să fie de 4 ori mai mare decât al doilea, iar al treilea să fie cât diferența dintre primul și al doilea.
34. În trei școli sunt 1 220 de elevi. În a doua școală sunt de două ori mai mulți decât în prima și cu 15 mai puțini decât în a treia. Câți elevi sunt în fiecare școală?
35. Suma dintre un număr natural, jumătatea și sfertul său este 77. Să se determine numărul.
36. Într-un vas se află 80 litri de ulei, iar în alt vas sunt 70 litri de ulei. Câți litri de ulei punem din primul vas în al doilea, pentru a avea cantități egale?
37. În două clasoare se află același număr de timbre. Câte timbre vor fi mai multe în al doilea clasor, dacă mutăm 12 timbre din primul clasor în al doilea?
38. Un biciclist care are viteza medie de 24 km/h , pleacă din orașul A. După 3 ore pleacă tot din A, în același sens, un motociclist care are viteza medie de 42 km/h . În cât timp îl va ajunge motociclistul pe biciclist și la ce distanță de oraș?
39. Suma a trei numere impare consecutive este 969. Care sunt numerele?
40. Mama este de 4 ori mai în vârstă decât fiica, iar tatăl are atâția ani câți au mama și fiica împreună. Să se afle vârsta fiecăruia.
41. De pe patru parcele s-au recoltat $2\,452 \text{ kg}$ de ardei. De pe a patra parcelă s-au recoltat cu 400 kg mai mult decât de pe primele trei parcele la un loc, iar de pe acestea, cantități exprimate prin numere naturale consecutive. Determinați cantitățile recoltate de pe fiecare parcelă.
42. Fie a și b două numere naturale. Dacă din primul scad 7 iar la al doilea adaug 7, obținem două numere egale. Aflați a și b știind că suma dintre triplul lui a și triplul lui b este 168.
43. Perimetrul unui dreptunghi este de 336 m . Aflați dimensiunile dreptunghiului, știind că dacă mărim cu 10 m jumătate din lățimea lui, obținem cu 4 m mai mult